

# TP 4: Les écoulements à surface libre: cas du ressaut hydraulique

IUT Marseille - Département GTE

2011-12

## 1 Introduction

On désigne par écoulements à surface libre les écoulements dans lesquels le fluide qui s'écoule est en contact avec l'atmosphère. Cette configuration apparaît dans les canaux, les rivières ou les grandes étendues d'eau comme les lacs, les mers ou les océans. Par opposition, les écoulements dits "en charge" sont ceux dans lesquels le fluide emplit complètement la canalisation. Dans les écoulements à surface libre, la difficulté majeure est de déterminer les caractéristiques de la surface libre : position, forme, vitesse . . . On se propose ici d'étudier l'écoulement à surface libre dans un canal de section rectangulaire constante et plus particulièrement le phénomène de ressaut hydraulique.

Léonard de Vinci, dans l'un des 13000 feuillets où il consignait ses observations sur la Nature, notait : *l'eau qui tombe en ligne perpendiculaire par un tuyau arrondi sur un lieu plan, tracera une onde circulaire autour de l'endroit percuté ; à l'intérieur de ce cercle, l'eau se mouvra très rapidement et s'étalera en une couche fort mince autour du point frappé, puis finira par heurter la vague qu'elle a produite qui cherche à retourner au lieu de la percussion.* Si vous ouvrez un robinet, l'eau s'étale en une mince pellicule dans toutes les directions autour de l'impact. Puis son niveau remonte brusquement. Cette discontinuité trace autour du jet un cercle, que l'on appelle "ressaut hydraulique" (Fig.1a).

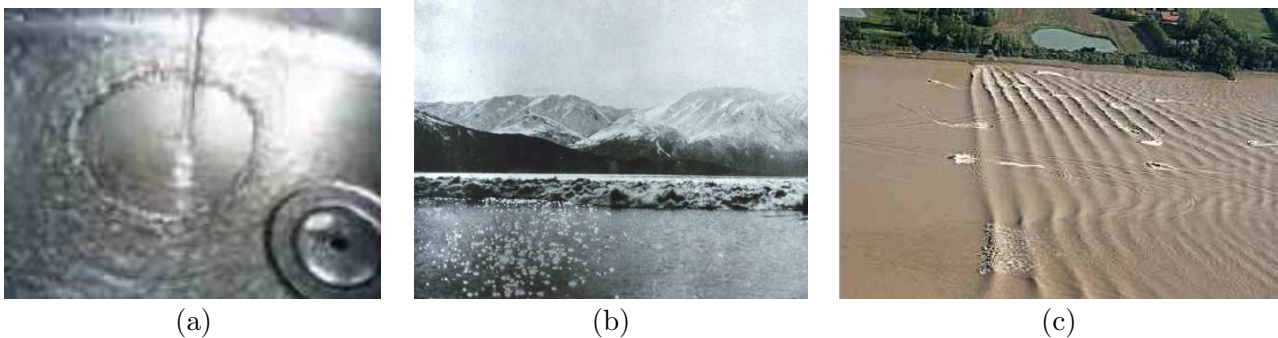


FIG. 1 – Exemples de ressauts hydrauliques : (a) dans un évier ; Mascarets à (a) Upper Cook Inlet (Alaska) par Mr. Steve Nicklas (NGS/RSD), et (b) à Vayres (Gironde).

Le mascaret qui est un phénomène de brusque surélévation de l'eau d'un fleuve ou d'un estuaire provoquée par l'onde de la marée montante lors des grandes marées est également un exemple de ressaut hydraulique. Il se produit dans l'embouchure et le cours inférieur de certains fleuves lorsque leur courant est contrarié par le flux de la marée montante. Les mascarets les plus spectaculaires s'observent aux embouchures de la Severn, en Angleterre, et de l'Amazone, au Brésil voire même en Alaska (Fig.1b). En France, il est particulièrement visible sur la Gironde (Fig.1c), en Basse-Normandie ou en Bretagne. Ce phénomène se caractérise par une vague, plus ou moins haute, qui remonte le cours du fleuve et dont la puissance varie en fonction de la hauteur de la marée, du débit du fleuve et de la topographie (profondeur et largeur du lit, bancs de sables, méandres, . . .). C'est une vague, déferlante ou non, remontant le cours d'eau, s'accroissant généralement lorsque son lit se resserre. Physiquement, le mascaret correspond à la propagation d'un ressaut qui finit par se décomposer en plusieurs ondes car les vagues se déplacent plus vite lorsqu'elles sont longues.

## 2 Étude théorique

### 2.1 Description du ressaut

On se limite ici à l'étude d'un ressaut hydraulique stationnaire. On suppose que le fond du canal est horizontal, que les frottements le long des parois sont négligeables, et que les vitesses sont uniformes pour une section donnée.

Le ressaut hydraulique se manifeste par une brusque surélévation d'un courant permanent. On passe d'une profondeur  $h_1 < h_c$  à une profondeur  $h_2 > h_c$  (Fig.2a), où  $h_c$  est la hauteur critique au niveau du ressaut. La hauteur du ressaut est donc  $h_2 - h_1$ . La longueur du ressaut, notée  $\lambda$ , est donnée par la relation empirique  $\lambda \simeq 6h_2$ . Si le ressaut présente un exhaussement de la ligne d'eau suffisamment important, un ou plusieurs rouleaux peuvent se produire avec déferlement et turbulence, si bien qu'une perte de charge  $J$  non négligeable se produit au droit du ressaut. Cela se traduit par un abaissement de la ligne de charge. Le ressaut s'accompagne d'une dissipation d'énergie : l'énergie cinétique est convertie en énergie potentielle (la vitesse diminue et la hauteur augmente).

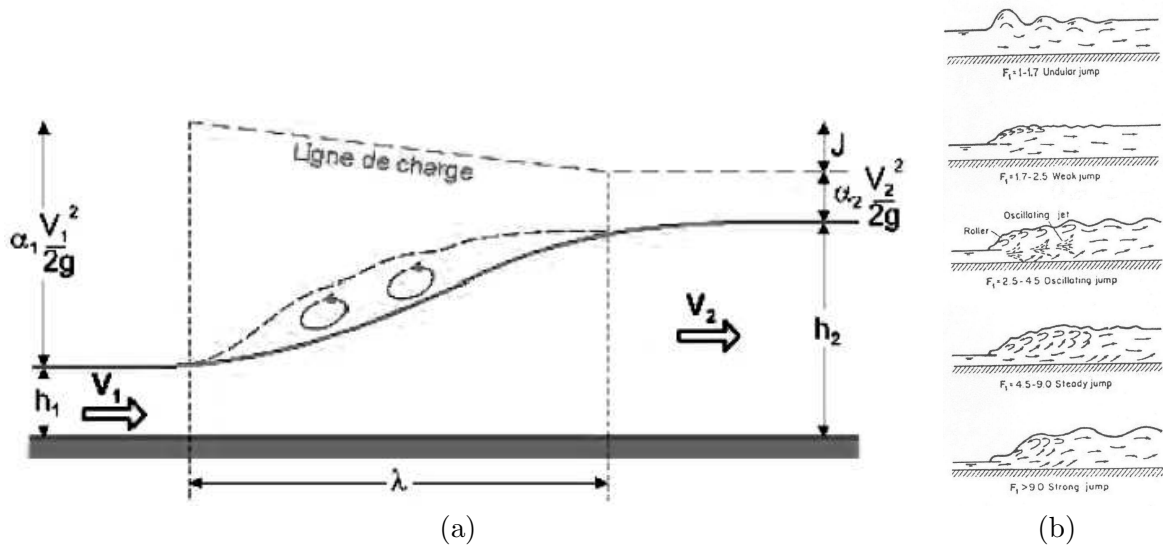


FIG. 2 – (a) Schématisation d'un ressaut hydraulique avec les principales notations ; (b) Différents types de ressaut hydraulique en fonction du nombre de Froude amont  $Fr_1$ .

À partir des grandeurs définies sur la figure 2a, on peut définir deux nombres de Froude : l'un pour la partie amont du ressaut, noté  $Fr_1$ , et l'autre pour la partie aval  $Fr_2$ . Ils sont définis par :

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gh_1}} \quad Fr_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gh_2}}$$

où  $V_1$ ,  $V_2$  sont respectivement les vitesses moyennes du fluide en amont et en aval du ressaut et  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  est l'accélération de la pesanteur. On rappelle que le nombre de Froude compare les effets inertiels et gravitationnels. Les différents types de ressaut dépendent du nombre de Froude en amont du ressaut  $Fr_1$  (Fig.2b). On obtient donc pour :

- $Fr_1 = 1$  : régime critique sans ressaut.
- $1 < Fr_1 < 1.7$  : ressaut ondulé. La surface présente des ondulations, les hauteurs conjuguées sont trop proches de la hauteur critique  $h_c$ , qui est instable.
- $1.7 < Fr_1 < 2.5$  : ressaut faible. Des petits rouleaux apparaissent mais la surface de l'eau reste lisse à l'aval.
- $2.5 < Fr_1 < 4.5$  : ressaut oscillant. Le jet oscille tantôt vers le fond, tantôt vers la surface du canal. À chaque oscillation naît une onde partant vers l'aval.
- $4.5 < Fr_1 < 9$  : ressaut stable, qui dissipe de 45 à 70% de son énergie spécifique.
- $Fr_1 > 9$  : ressaut raide. Le jet rapide est perturbé par la retombée des rouleaux et induit des ondes importantes vers l'aval.

L'écoulement au niveau du ressaut est dit **critique** et la vitesse moyenne de l'écoulement  $V$  est alors égale à  $c = \sqrt{gh}$  la vitesse des ondes de surface. L'écoulement en amont du ressaut est supercritique (régime **torrentiel** et  $V > c$ ) et celui en aval est sous-critique (régime **fluvial** et  $V < c$ ).

## 2.2 Charge du fluide

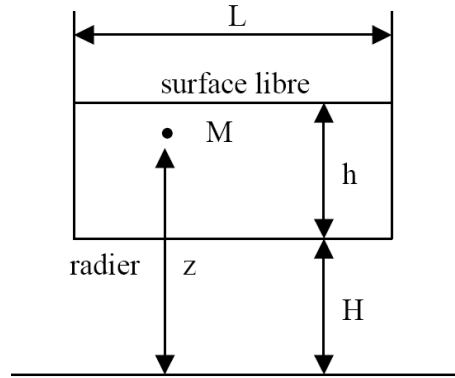


FIG. 3 – Schéma du radier (fond du canal).

Quelques définitions sont nécessaires pour la suite du TP :

- la section mouillée du canal, notée  $S$ , est la section à une abscisse donnée, limitée par les parois du canal et la surface libre. Ainsi  $S = hL$  où  $h$  est la profondeur du canal, ie la distance entre le radier (Fig.3) et la surface libre et  $L$  est la largeur du canal.
- le périmètre mouillé  $\xi$  est le périmètre de cette section qui suit les parois solides mais ne comprend pas la surface libre :  $\xi = L + 2h$ .
- le rayon hydraulique  $R_h$  défini par :  $R_h = S/\xi = hL/(L + 2h)$ .
- le débit volumique est noté  $Q = \int_S \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} ds = \int_S v_n ds$  et  $V = Q/S$  est la vitesse moyenne (ou débitante) dans une section.
- $H$  est la cote du radier par rapport au laboratoire.
- $\alpha = \frac{1}{S} \int_S (\frac{v_n}{V})^3 ds$  est appelé coefficient de débit. On pourra prendre par la suite  $\alpha = 1$ .
- la quantité  $C = H + h + \alpha \frac{V^2}{2g}$  est appelée **charge du fluide** dans la section. Son unité est le mètre de colonne d'eau (mce).
- on désigne par  $C_s = h + \alpha \frac{V^2}{2g}$  la charge spécifique de la section considérée. Cela correspond à la charge du fluide exprimée dans le plan passant par le radier au droit de la section.

## 2.3 Questions

1. On désigne par  $E = P + \rho g z + \rho v^2/2$  l'énergie par unité de volume du fluide en un point M situé à la cote  $z$  dans le repère du laboratoire (Fig.3). La pression en M,  $P$ , est donnée en prenant la pression atmosphérique pour origine des pressions. La surface libre étant horizontale, montrer que le débit ou le flux d'énergie de fluide traversant toute la section par unité de temps s'écrit :

$$\Xi = \left[ \rho g (H + h) + \rho \frac{V^2}{2} \right] Q \quad (1)$$

2. À l'aide de la conservation de la quantité de mouvement, démontrer la relation suivante :

$$\frac{gh_1^2}{2} + V_1^2 h_1 = \frac{gh_2^2}{2} + V_2^2 h_2 \quad (2)$$

En utilisant la conservation de la masse, en déduire la relation de Bélanger :

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1) \quad (3)$$

En déduire une condition sur  $Fr_1$  pour avoir un ressaut hydraulique.

3. Montrer que la perte de charge à la traversée du ressaut  $\Delta C_{s12} = C_{s1} - C_{s2}$  vaut :

$$C_{s1} - C_{s2} = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2} \quad (4)$$

4. Soit  $\eta = |\Delta E_{p12}/\Delta E_{c12}|$  le rendement du ressaut avec  $\Delta E_{p12}$  et  $\Delta E_{c12}$  les variations d'énergies potentielle et cinétique entre les sections 1 (en amont du ressaut) et 2 (en aval du ressaut). Déterminer l'expression de  $\eta$  en fonction de  $h_1$  et  $h_2$ .
5. Expliquer pourquoi le ressaut est une structure stable.
6. La charge spécifique est-elle conservée à la traversée du ressaut ?  
Mettre en évidence les deux régimes d'écoulement, fluvial et torrentiel, qui apparaissent de part et d'autre du ressaut à l'aide de la relation fixant l'évolution de la charge spécifique en fonction de  $h$  à débit fixé. On pourra notamment montrer que cette relation admet deux asymptotes et un minimum. La profondeur  $h_c$  pour laquelle la charge spécifique minimum est obtenue est appelée profondeur critique. Tracer  $C_s = f(h)$  à  $Q$  fixé.  
On fixe maintenant  $C_s$ . Déterminer l'évolution du débit  $Q$  en fonction de la profondeur  $h$ . Quelle est la valeur de la profondeur pour laquelle le débit serait maximal ? Tracer alors  $Q = f(h)$  à  $C_s$  fixée. Conclure.

### 3 Dispositif expérimental et principales notations

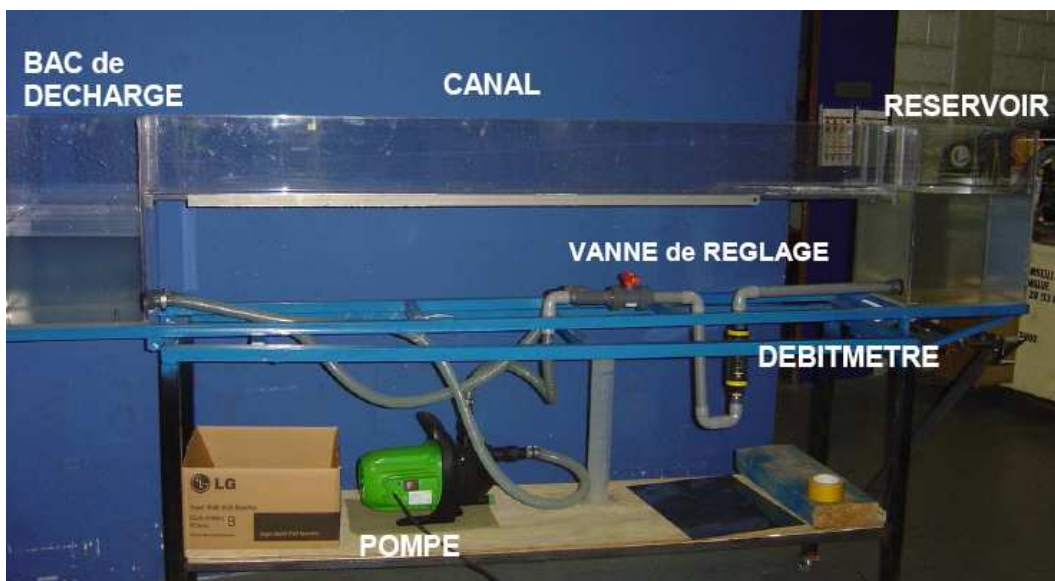


FIG. 4 – Photo du canal.

On dispose ici d'un canal en plexiglas de section rectangulaire (Fig.4) dont le fond (appelé radier) présente une pente  $\beta$  uniforme réglable entre 0 et 2 degrés d'inclinaison par pas de 0.5 degrés. Le canal est alimenté en amont par un réservoir et se déverse en aval dans un bac de décharge. Une pompe Aquafirst (caractéristiques : 1.2 kW, débit maximum de 3500 l/h, température maximum de 35°C, perte de charge maximum de 45 m) puise l'eau dans le bac de décharge et alimente continûment le réservoir. Les caractéristiques géométriques du canal et des bacs sont données dans le tableau 1. Le débit est lu sur le débitmètre à flotteur et peut varier de 5 à 60 l/min environ.

	longueur (cm)	largeur (cm)	profondeur (cm)
canal	206	10.7	20
réservoir	37.5	30	50
bac de décharge	37.5	30	50

TAB. 1 – Caractéristiques géométriques du dispositif.

Entre le début du canal et la sortie du réservoir, on place une plaque de plexiglas dont les dimensions sont 73 × 119 mm. Pour créer un ressaut, on peut placer dans le canal un objet. On utilisera en fait des cylindres de différents diamètres :  $D = [3; 4; 6; 8]$  cm qui sont une bonne représentation schématique d'une pile de pont.

## 4 Expériences préliminaires sur le ressaut circulaire

Pour faire les petites expériences suivantes, vous disposez d'un robinet et d'un évier dont le fond est rendu plat grâce à une plaque de plexiglas. Les cercles gravés sur cette plaque permettent de mesurer le rayon  $R$  du ressaut. Pour la mesure du débit, vous avez à disposition, un récipient gradué et un chronomètre.

1. Ouvrir le robinet afin d'obtenir un ressaut circulaire laminaire semblable à celui de la figure 1a. Sur la couche mince, que se passe-t-il si vous créez un obstacle avec la pointe d'un crayon par exemple? Expliquer. Que se passe-t-il si vous faites l'expérience du ressaut hydraulique dans un moule à tarte ou tout autre récipient avec des rebords?
2. Mesurer le rayon du ressaut  $R$  pour différents débits  $Q$ . Pour Rayleigh,  $R \propto Q/h^2$  à petits débits et  $R \propto (Q/h)^2$  à hauts débits, où  $h$  est la hauteur du jet. Pour Godwin,  $R \propto (Q^2/\nu)^{1/3}$ , où  $\nu$  est la viscosité de l'eau. Tracer la valeur du rayon  $R$  en fonction des deux paramètres :  $(Q/h)^2$  puis  $(Q^2/\nu)^{1/3}$ . Qu'en concluez-vous? L'évier est-il plutôt Rayleigh ou Godwin? Que se passe-t-il si on remplace l'eau par de l'huile?

## 5 Expériences sur le ressaut stationnaire en canal de section rectangulaire

On place la plaque de plexiglas entre le réservoir et le canal. L'inclinaison du dispositif est fixée à  $\beta = 1^\circ$ . On positionne au milieu du canal, à 15 cm environ en amont du bac de décharge, un cylindre en métal de diamètre  $D$ .

- On choisit pour cette première série de mesures le cylindre de diamètre  $D = 40$  mm. Faire varier le débit  $Q$  entre 5 et 55  $l/min$  par pas de 5  $l/min$ . Pour chaque valeur de  $Q$ , mesurer les hauteurs d'eau en amont  $h_1$  et en aval  $h_2$  du ressaut et la distance, notée  $d_{cr}$ , entre le cylindre et le ressaut.
- Pour une valeur de débit donnée  $Q = 20$   $l/min$ , mesurer les hauteurs  $h_1$  et  $h_2$  ainsi que  $d_{cr}$  pour les différents cylindres  $D = [30; 40; 60; 80]$  mm.

Pour un cylindre donné  $D = 40$  mm et une valeur de débit donnée  $Q = 20$   $l/min$ , mesurer les hauteurs  $h_1$  et  $h_2$  ainsi que  $d_{cr}$  pour des valeurs de l'angle  $\beta$  allant de 0 à  $2^\circ$  par pas de  $0.5^\circ$ .

Pour ces trois séries de mesures, en déduire les valeurs de la hauteur  $h_2 - h_1$  et de la longueur  $\lambda$  du ressaut, de la perte de charge  $\Delta C_{s12}$  (Eq.4) à travers le ressaut et du rendement  $\eta$  du ressaut pour ces valeurs de  $Q$ . Calculer également pour chaque mesure les valeurs des nombres de Froude amont  $h_1$  et aval  $h_2$ . Vérifier également la relation de Bélanger (Eq.3).

**Tout compte-rendu de TP commence par une introduction qui présente les objectifs et se termine par une conclusion qui résume les principaux résultats. Tout résultat est sujet à critique, à comparaison avec des valeurs connues. Les résultats doivent être présentés de façon claire, sous forme de tableaux, graphiques ... Les unités (SI) ne doivent pas être omises. Même s'ils ne sont pas demandés, des calculs d'erreur, d'incertitude relative peuvent être faits pour mettre en évidence la pertinence des méthodes et des résultats.**